

ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΚΑΙ ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

1) Να βρείτε τα ολοκληρώματα

$$\alpha) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu 2x} \quad \beta) \int \frac{2x + 3}{x^3 + x^2 - 2x} dx \quad \gamma) \int \frac{\ln(e^{x^2})}{x} dx \quad \delta) \int e^{\ln \sqrt{x}} dx$$

$$\epsilon) \int e^x \cdot \eta\mu e^x \cdot \sigma\upsilon\nu e^x dx \quad \sigma\tau) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x} dx \quad \eta) \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x \cdot \sqrt{x \cdot (1-x)}} dx$$

2) Να βρείτε τον όγκο που θα παραχθεί από την περιστροφή του επιπέδου χωρίου που περικλείεται από την παραβολή $\psi^2 = 8x$ και την $x=2$ γύρω από το $\chi\omicron\chi$

$$3) \text{Αν } a > 1 \text{ να βρεθεί το } \int_1^a \frac{x^4 - 1}{x^3} dx = \frac{9}{8}$$

$$4) \text{Να αποδείξετε ότι: } \int_1^2 \frac{dx}{x^2 \sqrt{25x^2 - 1}} = \frac{\sqrt{99}}{2} - 2\sqrt{6}$$

$$5) \text{Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα } \int_1^2 \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

1) $\int \frac{dx}{x(x+1)} =$	2) $\int \frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$	3) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x+3)^2}}$
4) $\int \sqrt{1-x^2} dx =$	5) $\int \frac{dx}{1+\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x} =$	6) $\int \frac{dx}{1+x^3} =$
7) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx =$	8) $\int \frac{1 - \epsilon\phi\chi}{1 + \epsilon\phi\chi} d\chi =$	9) $\int e^x \sqrt{1 - e^x} dx =$
10) $\int x \sigma\upsilon\nu^2 \chi \cdot dx =$	11) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{1+x^2}} dx =$	12) $\int \frac{\sigma\upsilon\nu \sqrt{\chi}}{\sqrt{\chi}} dx =$
13) $\int \frac{\sigma\upsilon\nu 2\chi}{\sigma\upsilon\nu^2 \chi} dx =$	14) $\int \frac{x^3}{x+1} dx =$	15) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+2x}} =$

$$16) \text{Να βρείτε το ολοκλήρωμα } \int \frac{(x-5)}{x(x+1)} dx$$

17) Αν $\psi = \eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta$ και $\chi = 1 - \sigma\upsilon\nu\theta$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 \psi dx$

18) Να βρείτε το ολοκλήρωμα: $\int \frac{(1+x)}{x(1-2x)} dx$

19) Να βρείτε το ολοκλήρωμα: $\int x\eta\mu x^2 dx$

20) Να βρείτε το ολοκλήρωμα: $\int_0^1 (1+x)e^{1+x} dx$

21) Να βρείτε το ολοκλήρωμα: $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$

22) Αν $A = \int_0^2 (xe^x + xe^{x^2}) dx$ να υπολογίσετε το A .

23) Να αναλύσετε το $f(x) = \frac{1}{(2x+1)(2x+3)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων και να υπολογίσετε το $\int f(x) dx$

24) Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^2 \frac{x-1}{x+2} dx$

25) Να δείξετε ότι: $\int_0^{e-1} \frac{dx}{x+1} = 1$

26) Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \frac{\sigma\upsilon\nu\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

27) Να δείχθει ότι $\int_0^1 \frac{x^2-1}{x^2+1} dx = \frac{2-\pi}{2}$

28) Να βρείτε τα ολοκληρώματα α) $\int \eta\mu^2 x \sigma\upsilon\nu x dx$ β) $\int \frac{2dx}{x^2-2x}$

29) Να αποδείξετε ότι: $\int \frac{\tau\omicron\xi\eta\mu x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi^2}{8}$

30) Θέτοντας $t = \epsilon\phi x$, ή με άλλο τρόπο, να αποδείξετε ότι $\int_0^{\frac{\pi}{4}} t \epsilon\mu^4 x dx = \frac{4}{3}$.

31) Να δείξετε ότι $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\upsilon\nu x dx}{\sqrt{\eta\mu x}} = 2$

32) Να βρείτε το $\int_1^{e^2} \frac{1}{x} dx$.

33) Να υπολογίσετε το $\int_1^{e^3} \frac{\log x}{x^2} dx$

34) Θέτοντας την αντικατάσταση $\chi=2\epsilon\phi\theta$ ή με άλλο τρόπο, να υπολογίσετε
το $\int_0^2 \frac{1}{(4+x^2)^2} dx$

35) Να υπολογίσετε το $\int e^{-x} \sigma\upsilon\nu 3x dx$

36) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int \eta\mu^2 x \sigma\upsilon\nu^3 x dx$

37) Η συνάρτηση $\varphi(x)$ είναι ορισμένη για κάθε $x > -5$ και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες
α) $\varphi''(x) = \frac{1}{3\sqrt{x+5}}$ για κάθε $x > -5$

β) Η εφαπτομένη της $\varphi(x)$ στο σημείο της $(4,2)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=1$. Να βρείτε την $\varphi(x)$.

38) Να υπολογίσετε το $\int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$

39) Δίνεται η $\psi = x \ln x$. Να βρείτε τα ολοκληρώματα α) $\int_1^e \psi dx$, $\int \frac{\psi'}{\psi} dx$

40) Να δείξετε ότι $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \frac{\pi}{6}$

41) Να δείξετε ότι: $\int_{-\ln 2}^0 \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} = \frac{\pi}{3}$

42) α) Να βρείτε το ολοκλήρωμα: $\int_0^{\pi} \frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu^2 x} dx$

β) Δίδονται τα ολοκληρώματα $A = \int_0^{\pi} \frac{x\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu^2 x} dx$ και $B = \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x)\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu^2 x} dx$

α) Να βρείτε το $A+B$

β) Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $\psi=\pi-x$, ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να δείξετε ότι $A=B$

γ) Να βρείτε τις τιμές των A και B

43) Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

$$\text{a) } \int_{-1}^0 x\sqrt{1+x} dx \quad \text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx \quad \text{g) } \int_{-2}^{-1} x\sqrt{2+x} dx$$

44) α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $\psi=3x-x^2$ και την ευθεία $\psi=2$.

β) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του πιο πάνω χωρίου α) γύρω από τον άξονα των x και β) γύρω από την ευθεία $\psi=2$.

$$45) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\eta\mu^2 x + 3\sigma\upsilon\nu^2 x} \quad 46) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \eta\mu^5 x \sigma\upsilon\nu^2 x dx \quad 47) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \eta\mu^2 \theta d\theta$$

$$48) \text{Να βρείτε το } a \text{ αν: } \int_1^a \frac{x^4 + 1}{x^3} dx = \frac{9}{8}$$

49) Να βρείτε τις τιμές των A και B ώστε: $\frac{4}{(2+x)(2-x)} \equiv \frac{A}{2+x} + \frac{B}{2-x}$ στη συνέχεια να

$$\text{δείξετε ότι: } \int_{-1}^1 \frac{4dw}{(2+w)(2-w)} = 2\ln 3$$

50) Με την χρήση του μετασχηματισμού $x = \epsilon\phi\theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, ή με άλλο τρόπο, να

$$\text{υπολογίσετε το ολοκλήρωμα } \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

51) Να βρείτε τις τιμές των A και B ώστε: $\frac{6}{(3+x)(3-x)} \equiv \frac{A}{3+x} + \frac{B}{3-x}$ στη συνέχεια να

$$\text{δείξετε ότι: } \int_1^2 \frac{4dt}{(3+t)(3-t)} = \ln \frac{5}{2}$$

52) Με την χρήση του μετασχηματισμού $x = \eta\mu\theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, ή με άλλο τρόπο, να

$$\text{υπολογίσετε το ολοκλήρωμα } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$